

Linzer Mathematiker lösen 30 Jahre altes Rätsel

295 Kilometer lange Formel liefert Beweis

Mit einer Formel, die ausgeschrieben eine Million A4-Seiten lang ist, haben Linzer Mathematiker jetzt einen Beweis geschafft, an dem sich ihre Kollegen weltweit 30 Jahre lang die Zähne ausbissen.

Ausgedruckt und hintereinander gelegt, hätten die Formelseiten eine Länge von 295 Kilometern, etwas mehr als die Strecke Linz-Graz. Welches Problem braucht zu seiner Lösung so eine Mega-Formel? Es handelt sich um die „planaren Partitionen“, mit denen sich Manuel Kauers vom Institut für Symbolisches Rechnen der Universität Linz mit seinem Kollegen Christoph Koutschan und Doron Zeilberger von der Rutgers University in New Jersey (USA) befasst hat.

Eine Partition ist die Darstellung einer ganzen Zahl als Summe anderer ganzer Zahlen. Eine mögliche Partition von 5 wäre etwa $1+1+1+2$. Bei planaren Partitionen werden die Zahlen nun nicht in Zeilen, sondern als Tabelle notiert. So werden die Möglichkeiten der Unterteilungen vervielfacht.

Als Denkhilfe kann man sich ein Schachbrettmuster vorstellen, auf dem aus Würfeln bestehende Türme stehen. Wobei das Schachbrett der Tabelle und die Türme den Zahlen entsprechen (siehe Bild). Der Aufbau folgt fixen Regeln: Kein Turm darf höher sein als die Länge der Grundfläche und auch nicht höher als ein Turm dahinter oder links davon. Die Mathematiker interessieren nun, wie viele verschiedene Anordnungen sich auf einer be-

stimmten Grundfläche bauen lassen. Ohne Zusatzregeln ist das relativ einfach, schwieriger wird es, wenn die Anordnung bestimmte Symmetrien oder andere Vorgaben aufweisen soll.

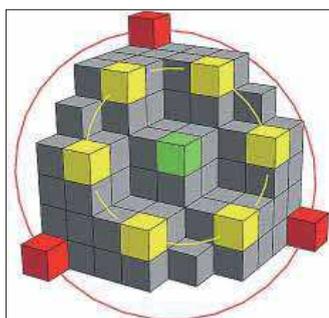
Für eine spezielle Vorgabe, die „total symmetrischen planaren Partitionen“, hatten zwei US-Mathematiker schon 1983 eine Vermutung für eine allgemein gültige Formel. Doch sie blieb seither unbewiesen – bis die Linzer kamen.

Computer-Arbeit

Ohne die Errungenschaften des digitalen Zeitalters wäre ihre Erkenntnis unmöglich gewesen. In Wirklichkeit verstehe er von planaren Partitionen gar nicht viel, scherzt Kauers, der Computer habe den Hauptteil der Arbeit gemacht. „Mein Fachgebiet ist Computeralgebra, die technische Unterstützung ist für Beweise, die mit der Hand gerechnet Millionen Jahre dauern würden, einfach notwendig“, sagt der Forscher.

Entsprechende Algorithmen, mit denen man auch den aktuellen Beweis Kauers hätte führen können, gibt es seit den 90er-Jahren. Allerdings waren sie so kompliziert, dass selbst der Computer ewig hätte rechnen müssen. „Wir haben diese alten Algorithmen verfeinert und so viel Rechenzeit eingespart. Unsere Hilfsformel findet auf etwa einer Million A4-Seiten Platz. Sie ist groß, aber viel einfacher als die alten Formeln“, sagt Kauers.

Mit dem Beweisverfahren konnten die Linzer auch zeigen, dass Computerprogramme mathematische Probleme knacken können, an denen Mathematiker scheitern. (hip)



Visualisierung einer planaren Partition.

Darstellung: RISC

Ihr Licht war 13,2 Milliarden Jahre unterwegs

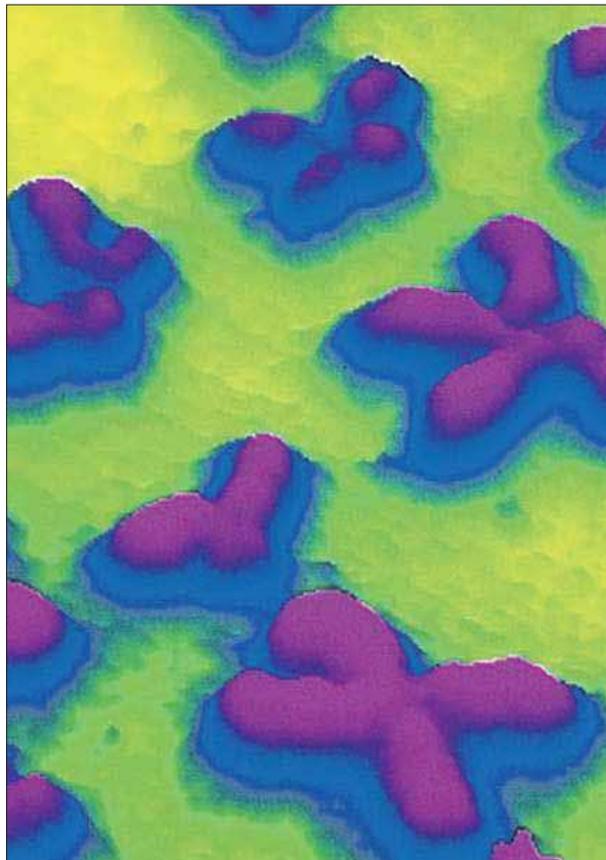
Die älteste Galaxie des Universums

Mit dem Hubble-Weltraumteleskop haben Astronomen von der Universität von Kalifornien in Santa Cruz (USA) die bisher fernste und älteste Galaxie entdeckt. Ihr Licht war 13,2 Milliarden Jahre zu uns unterwegs, berichtet das Fachmagazin „Nature“.

Die Sterninsel, die nur 480 Millionen Jahre nach dem Urknall entstand, muss eine der ersten im gesamten Kosmos gewesen sein. Sie ist hundertmal

kleiner als unsere Milchstraße. Entdeckt haben sie die Astronomen nach 87-stündiger Langzeitbelichtung eines fast sternleeren Himmelsbereichs.

Die bisher ältesten Galaxien sind 170 Millionen Jahre jünger als der neu entdeckte „Methusalem“. 47 von ihnen wurden bereits gefunden. Die Forscher schließen daraus, dass sich die Sternproduktion damals in kurzer Zeit auf das Zehnfache erhöhte.



Im Blut der Mutter finden sich Chromosomen des Ungeborenen.

Foto: Reuters

Embryo-Genflut im Mutterblut

Aus dem mütterlichen Blut haben zwei Forscherteams erstmals das gesamte Erbgut des Fötus sequenziert. Jetzt soll daraus ein Gentest entwickelt werden – als ungefährliche Alternative zur Fruchtwasserpunktion oder anderen invasiven Methoden, die mit dem Risiko verbunden sind, ungewollt das Kind zu verlieren.

Die genetische Pränatal-Diagnostik wird schon seit mehr als vierzig Jahren angeboten. Damit können Chromosomenanomalien oder familienspezifische Krankheitsgene erkannt werden. Bisher musste das zur Analyse benötigte Genmaterial durch invasive Verfahren wie die Fruchtwasserpunktion gewonnen werden. Dabei erhält man Zellen des Kindes aus dem Fruchtwasser – eine unangenehme Sache, die manchmal sogar zum Abort führt. Deshalb denken die Forscher schon länger über schonendere Methoden nach – und entwickelten die „nicht invasive pränatale Gendiagnose“ (NIPD).

„Möglich wurden die aktuellen Ergebnisse auch durch neue Sequenziermethoden“, erklärt der Linzer Human-genetiker Markus Hengstschläger, Vorstand des Instituts für Medizinische Genetik an der Medizinuniversität Wien. Dabei werden Millionen von Erbgut-Fragmenten in vollautomatischen Laborgeräten analysiert. Bei jedem DNA-Molekül wird der genetische Code Buchstabe für Buchstabe abgelesen. Mit Hilfe von Genkarten, auf denen auch Mutationen vermerkt sind, können die DNA-Puzzleilete dann auf Krankheitsgene abgesehen werden.

Der Pionier der Technik ist Dennis Lo von der Universität Hongkong, der schon 1997 fetale Erbsubstanz im Blut

von Schwangeren nachweisen konnte: Die Kinder-DNA schwimmt in Form freier Moleküle im Blutplasma der Mutter. Zehn Milliliter Blut verraten, ob der Fötus etwa an einer erblichen Blutkrankheit, der Sichelzellenanämie, leidet. Unterscheiden lassen sich mütterliche und fetale DNA-Stücke leicht durch bestimmte Sequenzen, etwa solche, die im Genom der Mutter nicht vorkommen, weil sie auf dem Y-Chromosom sitzen“, sagt Hengstschläger. Sind solche Sequenzen nachweisbar, müssen sie vom männlichen Fötus stammen.

Resultate im Eiltempo

Dennis Lo und Steve Quake (Universität Stanford) haben Ende 2010 den nächsten Schritt getan: Mit superschnellen Sequenziermethoden spürten sie in zwei unterschiedlichen Studien sämtliche Genabschnitte des Ungeborenen im mütterlichen Blut auf, berichtet „Nature“: Die DNA-Fragmente treten aus den fetalen Zellen aus, wenn diese sterben oder zersetzt werden. Schon in der frühen Schwangerschaft stammen geringe Mengen des „zellfreien“ Genmaterials im Blut der Mutter von der Leibesfrucht.

Ein Blutstropfen könnte also künftig genügen, um das gesamte fetale Erbgut auf Krankheiten zu untersuchen. „Das ist sinnvoll, wenn die Methode dazu dient, therapierbare Erkrankungen im sehr frühen Stadium zu entdecken“, sagt Hengstschläger. Doch er hat ethische Bedenken: „Wir bekommen damit auch eine Flut genetischer Daten, die klinisch bedeutungslos sind, etwa über die Haarfarbe.“ Aber auch viele genetische Krankheiten und Neigungen, die wir nicht heilend beeinflussen können, ließen sich so vorhersagen. Dann gelte es zu klären, ob man in solchen Fällen nicht mehr Probleme schafft, als man löst.

Wissenschaft kompakt

Orang-Erbgut entziffert

Ein internationales Forscherteam unter Mitarbeit von Carolin Kosiol von der Veterinärmedizin-Universität Wien hat das Erbgut des Orang-Utans sequenziert, berichtet „Nature“. Abgesehen von Genen, die Sehsinn und Stoffwechsel beeinflussen, hat sich das Orang-Genom in der Evolution kaum verändert. Er steht damit dem gemeinsamen Vorfahren von Menschenaffen und Menschen besonders nahe.



Abbildung: dpa

Urahn der Vögel

Ein Finger zum Graben

In 80 Millionen Jahre alten Kreidelfelsen bei Linhe im Grenzgebiet zwischen China und der Mongolei haben chinesische Paläontologen Skelettfragmente eines Vogel-Urahnen gefunden. Die Vordergliedmaßen des ein Meter langen „Linhenykus monodactylus“ bestanden aus nur einem langen, klauenförmigen Finger. Seine Klaue verwendete er vermutlich, um damit im Boden nach Insekten zu graben, berichtet das Fachmagazin „PNAS“. Er gehört zur Gruppe der Alvarezsauriden, aus denen auch der Tyrannosaurus rex hervorging.

Kunststück vom Roboter

Züricher Forscher haben einen Roboter gebaut, der einen auf der Spitze stehenden Bleistift balancieren kann. Möglich macht's eine künstliche Netzhaut, die Gleichgewichtsstörungen registriert und blitzschnell verarbeitet, berichtet „New Scientist“. Sie besteht aus Siliziumsensoren, die auf die veränderten Lichtverhältnisse reagieren, die die Bleistiftbewegungen verursachen.

Redaktion Wissenschaft

Alfons Krieglsteiner



a.krieglsteiner@nachrichten.at